

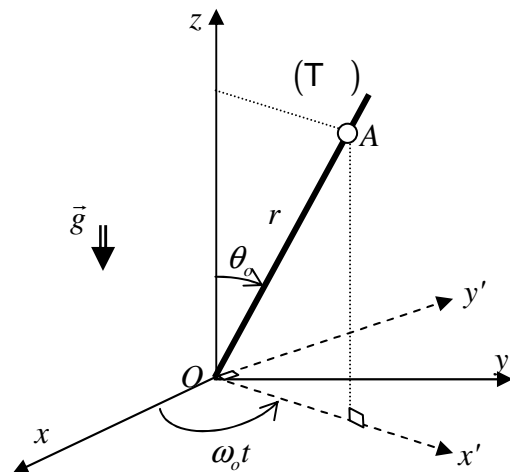
EXAMEN  
DE MECANIQUE  
(SECONDE SESSION)  
(Durée : 1h30)

**Exercice 1 : Mouvement d'une masselotte sur une tige**

Une masselotte  $A$ , de masse  $m$ , peut coulisser sans frottements, sur une tige  $(T)$ . On note  $r$  la distance  $OA$  entre l'extrémité de la tige et la masselotte  $A$  considérée comme ponctuelle.

Cette tige, inclinée de l'angle  $\theta_0$  par rapport à l'axe  $Oz$  du repère d'observation  $R(O,xyz)$ , tourne uniformément à la vitesse angulaire  $\omega_0$  autour de  $Oz$ .

On note  $R'(O,x'y'z')$  le repère orthonormé direct lié à la tige, et indiqué sur la figure ci-contre.



I- Cinématique

a) **Exprimer** le vecteur  $\overline{OA}$  en fonction de  $r$  et  $\theta_0$ , dans la base  $B'$  liée à  $R'$ . En déduire l'expression de la vitesse de  $A$  dans  $R'$   $\underline{\underline{v_{A/R'}$  et de l'accélération de  $A$  dans  $R'$   $\underline{\underline{a_{A/R'}$ , que l'on exprimera dans  $B'$ .

b) **Caractériser** le mouvement de  $R'$  par rapport à  $R$  (vitesse de l'origine, vecteur rotation).

c) **Déterminer** l'expression de la vitesse d'entraînement, de l'accélération d'entraînement et de l'accélération de Coriolis, liées à  $A$ , dans le mouvement de  $R'$  par rapport à  $R$ .

d) **Retrouver**, par application des lois de composition des mouvements, les expressions de la vitesse et de l'accélération de  $A$  dans  $R$ .

## II- Dynamique

A l'instant initial, A est lâché sans vitesse initiale à la distance  $r_0$  et l'on cherche à étudier le mouvement ultérieur de A dans  $R'$ .

- a) **Effectuer** le bilan des forces qui s'exercent sur A.
- b) **Calculer** l'énergie potentielle associée à la force d'inertie d'entraînement.
- c) **En déduire** l'expression de l'énergie potentielle totale  $E_p(r)$  (On prendra l'origine de l'énergie potentielle en O).
- d) **Déterminer** la position d'équilibre  $r_e$  de l'anneau et discuter de sa stabilité.
- e) **Donner** l'allure de la courbe  $E_p(r)$ . Selon la valeur de  $r_0$  par rapport à  $r_e$ , discuter des différents mouvements possibles de A sur la tige une fois qu'il est lâché.

### Exercice 2 : Satellites artificiels

Soit  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$  la constante de gravitation universelle,  $R = 6378 \text{ km}$  le rayon moyen de la Terre,  $M = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  la masse de la Terre et  $T$  son centre.

On note  $g(r) = g_o \frac{R^2}{(R+z)^2}$  le module du champ gravitationnel terrestre à une distance  $r > R$  de  $T$ , avec  $g_o = g(R)$ .

- 1) Définir le référentiel géocentrique  $R_o$ .
- 2) Déterminer, en fonction de  $r$ ,  $R$ , et  $g_o$ , la norme  $V(r)$  de la vitesse, dans le référentiel géocentrique, d'un satellite terrestre de masse  $m$  en orbite circulaire de rayon  $r$  autour de la Terre.
- 3) En déduire la période  $T(r)$  du mouvement du satellite en fonction de  $r$ ,  $R$ , et  $g_o$ .
- 4) Comparer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de gravitation d'un satellite en orbite circulaire.
- 5) Donner l'énergie mécanique du satellite.
- 6) Qu'appelle-t-on satellite géostationnaire ?